Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

BTS MAV

Mathématiques

Session 2018 • Code sujet : **MATGRB1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **Variable selon la spécialité : 1, 1,5, 2, 2,5 ou 3**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. Modélisation du départ d'un train à très haute vitesse et calcul de l'aire d'une pièce (13 questions) **Page 3**

2. Obsolescence programmée des smartphones : probabilités, loi binomiale et test d'hypothèse (13 questions) **Page 7**

3. Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ) (Synthèse & Q&A Examen) **Page 12**

Sujet officiel (PDF) : https://btsmav.fr/assets/annales/bts-mav/E2 - Mathématiques/2018/BTS MAV - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf

1. Modélisation du départ d’un train à très haute vitesse et calcul de l’aire d’une pièce

Un projet de train à propulsion électromagnétique vise à atteindre 400 km/h en moins de deux minutes, et la distance parcourue par un wagon est modélisée par une fonction. L’exercice étudie cette fonction par équation différentielle et analyse, puis utilise une intégrale pour calculer l’aire d’une pièce destinée à une gare.

A. Résolution d’une équation différentielle

Question 1°. Résoudre sur [0, +∞[l’équation différentielle homogène y' - 0,2y = 0, en utilisant la formule fournie.

On compare à la forme fournie : ici, $a = -0{,}2$. Les solutions sont donc $y(t) = ke^{-at}$, où k est une constante réelle.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = ke^{0{,}2t}$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 2°. Vérifier que la fonction g définie sur [0, 3] par g(t) = -15t - 75 est une solution de l’équation différentielle y' - 0,2y = 3t.

1. $g'(t) = -15$.
2. Alors $g'(t) - 0{,}2g(t) = -15 - 0{,}2(-15t - 75) = 3t$, ce qui vérifie l’équation.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> g est une solution de $y' - 0{,}2y = 3t$.

Question 3°. Déduire des solutions de l’équation homogène et de la solution particulière g l’ensemble des solutions de l’équation différentielle y' - 0,2y = 3t.

Les solutions de l’équation avec second membre sont la somme d’une solution particulière et des solutions de l’équation homogène. On ajoute donc $g(t) = -15t - 75$ à la famille trouvée en 1°.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = ke^{0{,}2t} - 15t - 75$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 4°. Déterminer la fonction f solution de l’équation différentielle qui vérifie la condition initiale f(0) = 0, sachant qu’à t = 0 le wagon est au point de départ.

1. La condition initiale donne $f(0) = k - 75 = 0$, donc $k = 75$.
2. On remplace k dans la solution générale.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$f(t) = 75(e^{0,2t} - 1) - 15t$.

B. Étude de fonction et application

Question 1° a). Résoudre sur [0, 3] l'inéquation f'(t) ≥ 0 à partir de l'expression fournie par le logiciel de calcul formel.

Le logiciel donne $f'(t) = 15(e^{0,2t} - 1)$. Comme l'exponentielle est croissante et $0{,}2t \geq 0$ sur $[0, 3]$, on a $e^{0,2t} \geq 1$ sur tout l'intervalle.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$f'(t) \geq 0$ pour tout $t \in [0, 3]$.

Question 1° b). Déduire de l'étude du signe de f'(t) les variations de la fonction f sur l'intervalle [0, 3].

t	**0**	**3**
$f'(t)$	0	+
$f(t)$	0	$16{,}659$

La dérivée est positive sur $]0, 3]$. Ainsi, f est croissante sur $[0, 3]$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

f croît de 0 à environ $16{,}659$ km sur $[0, 3]$.

Question 2°. Déterminer la distance parcourue par le wagon au bout d'une minute, en kilomètres, et arrondir le résultat au dixième.

On évalue la distance à $t = 1$: $f(1) = 75(e^{0,2} - 1) - 15 \approx 1{,}605$ km. Arrondie au dixième, cette valeur est $1{,}6$ km.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$1{,}6$ km.

Question 3° a). À partir de f'(t), qui correspond à la vitesse du wagon en kilomètres par minute, déterminer sa vitesse à t = 2 minutes et arrondir le résultat au dixième.

1. À $t = 2$, $f'(2) = 15(e^{0,4} - 1)$.

2. Cette vitesse vaut environ $7{,}377$ km/min, soit $7{,}4$ km/min au dixième.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $7{,}4$ km/min.

Question 3° b). Dire si l'objectif des ingénieurs est atteint et justifier la réponse.

La vitesse augmente car $f''(t) = 3e^{0{,}2t} > 0$. À deux minutes, elle vaut $60 \times 7{,}377 \approx 442{,}6$ km/h, tandis qu'elle est nulle au départ. Par continuité, elle atteint donc 400 km/h avant deux minutes.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Oui, l'objectif est atteint avant deux minutes.

Question 4°. Parmi les trois propositions, recopier l'équation de la tangente à la courbe C au point d'abscisse 2. Aucune justification n'est demandée.

> La tangente en $t = 2$ est donnée par $y = f'(2)(t - 2) + f(2)$. Parmi les trois propositions, on retient celle dont le coefficient de t est $15(e^{0{,}4} - 1)$.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y = 15(e^{0{,}4} - 1)t + 45e^{0{,}4} - 75$.

C. Calcul intégral

Question 1°. Choisir, parmi les propositions, l'aire A1 du rectangle OPQR en unités d'aire. Aucune justification n'est demandée.

Le rectangle OPQR a pour largeur 3 et pour hauteur $2{,}25$, d'après le repère et l'équation du bord supérieur. Son aire vaut $3 \times 2{,}25$.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $A_1 = 6{,}75$ u. a.

Question 2°. À l'aide de la primitive fournie, calculer l'aire A2 de la partie du plan limitée par la courbe représentative de g, l'axe des abscisses et les droites x = 0 et x = 3.

1. La fonction g est positive sur $[0, 3]$, donc l'aire est $\int_0^3 g(x)\,dx$.
2. Avec la primitive fournie : $A_2 = \left[\frac{27}{4}\ln(x^2 + 9)\right]_0^3 = \frac{27}{4}\ln 2$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$A_2 \approx 4{,}679$ u. a.

Question 3°. Déduire des questions précédentes l'aire hachurée A en unités d'aire et arrondir au millième.

Par symétrie, l'aire hachurée vaut deux fois la différence entre l'aire du rectangle sur $[0, 3]$ et l'aire sous la courbe : $A = 2(A_1 - A_2) = 2\left(6{,}75 - \frac{27}{4}\ln 2\right)$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$A \approx 4{,}143$ u. a.

2. Obsolescence programmée des smartphones : probabilités, loi binomiale et test d'hypothèse

L'exercice examine l'obsolescence technique et logicielle observée sur des smartphones, puis le nombre d'appareils non réparables dans un lot prélevé au service après-vente. Il se termine par un test bilatéral portant sur la proportion de personnes qui pensent qu'une marque pratique l'obsolescence programmée.

A. Probabilités conditionnelles

Question 1°. À partir des informations de l'énoncé et de la population de 200 smartphones, compléter le tableau d'effectifs croisant l'obsolescence technique et l'obsolescence logicielle, avec les totaux.

Sur 200 smartphones, 3 % correspondent à 6 appareils touchés par T et 8 % à 16 appareils touchés par L. Parmi les 16 touchés par L, 12,5 % sont également touchés par T, soit 2 appareils. Les autres cases se déduisent des totaux.

Smartphones	Touchés par L	Non touchés par L	Total
Touchés par T	2	4	6
Non touchés par T	14	180	194
Total	16	184	200

Tableau des effectifs complété

Smartphones	touchés par l'obsolescence logicielle	non touchés par l'obsolescence logicielle	Total
touchés par l'obsolescence technique	2	4	6
non touchés par l'obsolescence technique	14	180	194
Total	16	184	200

✓ RÉPONSE À RETENIR

Effectifs : intersection 2, T seul 4, L seul 14, aucun 180 ; totaux 6, 16, 184 et 200.

Question 2°. Donner les probabilités P(T), P(L) et P_L(T), où T désigne l'obsolescence technique, L l'obsolescence logicielle et P_L(T) la probabilité de T sachant que L est réalisé.

L'énoncé donne directement les proportions : 3 % des smartphones sont touchés par l'obsolescence technique et 8 % par l'obsolescence logicielle. Parmi les smartphones touchés par L, 12,5 % le sont aussi par T ; cette fréquence conditionnelle est précisément $P_L(T)$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(T) = 0,03$; $P(L) = 0,08$; $P_L(T) = 0,125$.

Question 3° a). Calculer la probabilité qu'un smartphone soit touché à la fois par l'obsolescence technique et par l'obsolescence logicielle, soit $P(T \cap L)$.

La probabilité de l'intersection s'obtient en multipliant la probabilité de L par la probabilité de T sachant L : $P(T \cap L) = P(L) \times P_L(T) = 0,08 \times 0,125 = 0,01$. Cela représente 1 % des smartphones.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(T \cap L) = 0,01$.

Question 3° b). Calculer la probabilité qu'un smartphone soit touché par au moins l'un des deux types d'obsolescence, soit $P(T \cup L)$.

Pour l'union, l'intersection est soustraite car elle serait comptée deux fois :

$P(T \cup L) = P(T) + P(L) - P(T \cap L) = 0,03 + 0,08 - 0,01 = 0,10$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(T \cup L) = 0,10$.

Question 3° c). Calculer P_T(L), la probabilité qu'un smartphone soit touché par l'obsolescence logicielle sachant qu'il est touché par l'obsolescence technique.

Par définition, la probabilité de L sachant T est le rapport de la probabilité de l'intersection à celle de T : $P_T(L) = P(T \cap L) / P(T) = 0,01 / 0,03 = 1/3$. L'arrondi demandé à 10^{-3} est 0,333.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P_T(L) \approx 0,333$.

B. Loi binomiale

Question 1°. Justifier que le nombre X de smartphones non réparables dans un lot de 50 suit une loi binomiale, puis déterminer ses paramètres.

Le prélèvement est assimilé à des tirages avec remise : les 50 tirages sont indépendants et la probabilité qu'un smartphone soit non réparable reste 0,045. X compte le nombre de smartphones non réparables parmi ces 50 tirages ; c'est donc une variable binomiale de paramètres $n = 50$ et $p = 0,045$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

X suit la loi binomiale B(50 ; 0,045).

Question 2°. Calculer la probabilité que tous les smartphones d'un lot de 50 soient réparables.

Tous les smartphones sont réparables lorsque X = 0. La probabilité qu'un smartphone soit réparable est 1 − 0,045 = 0,955. Par indépendance, la probabilité que les 50 soient réparables vaut $0{,}955^{50} \approx 0{,}100039$, soit 0,100 à 10^{-3}.

✓ RÉPONSE À RETENIR

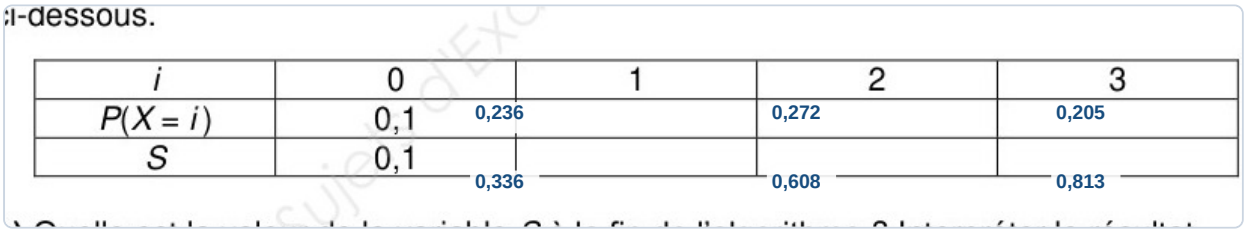
Probabilité que les 50 smartphones soient réparables : 0,100.

Question 3° a). Faire tourner l'algorithme à la main, puis compléter le tableau avec les probabilités P(X = i) et les valeurs successives de S pour i allant de 0 à 3.

À chaque étape, l'algorithme ajoute P(X = i) à la somme précédente. Les probabilités et les sommes cumulées sont arrondies à 10^{-3} pour compléter le tableau.

i	0	1	2	3
P(X = i)	0,100	0,236	0,272	0,205
S	0,100	0,336	0,608	0,813

Tableau de l'algorithme complété



✓ RÉPONSE À RETENIR

P(X = i) : 0,100 ; 0,236 ; 0,272 ; 0,205. Sommes successives S : 0,100 ; 0,336 ; 0,608 ; 0,813.

Question 3° b). Donner la valeur de S à la fin de l'algorithme et interpréter le résultat.

L'algorithme additionne les probabilités pour i = 0, 1, 2 et 3. Ainsi, S = P(X ≤ 3) ≈ 0,813. Cette valeur représente la probabilité qu'un lot de 50 smartphones contienne au plus trois appareils non réparables.

✓ RÉPONSE À RETENIR

S ≈ 0,813 : probabilité qu'un lot contienne au plus trois smartphones non réparables.

Question 4°. Calculer l'espérance de la variable aléatoire X et interpréter le résultat.

Pour une loi binomiale de paramètres n et p, l'espérance est np. Ici, E(X) = 50 × 0,045 = 2,25. Sur un grand nombre de lots, le nombre moyen de smartphones non réparables par lot de 50 est donc 2,25.

✓ RÉPONSE À RETENIR

E(X) = 2,25 smartphones non réparables par lot en moyenne.

C. Test d'hypothèse

Question 1°. Sous l'hypothèse nulle, choisir la valeur de h, arrondie au centième, telle que P(0,55 - h ≤ F ≤ 0,55 + h) = 0,95.

Pour une loi normale, l'intervalle central à 95 % correspond à environ 1,96 écarts types de part et d'autre de la moyenne. Avec l'écart type 0,037, h ≈ 1,96 × 0,037 = 0,07252 ; l'arrondi au centième donne 0,07.

✓ RÉPONSE À RETENIR

h ≈ 0,07.

Question 2°. Énoncer la règle de décision du test bilatéral au seuil de signification de 5 %.

Le test bilatéral au seuil de 5 % conserve H_0 lorsque la fréquence observée est dans l'intervalle central de probabilité 0,95, centré sur 0,55 et de demi-largeur 0,07.

- Ne pas rejeter H_0 si 0,48 ≤ f ≤ 0,62.
- Rejeter H_0 si f < 0,48 ou f > 0,62.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Ne pas rejeter H_0 si 0,48 ≤ f ≤ 0,62 ; la rejeter sinon.

Question 3°. À partir des 76 réponses favorables recueillies sur 180 personnes, conclure le test concernant l'affirmation selon laquelle p = 0,55.

La fréquence observée est f = 76 / 180 ≈ 0,422. Elle est inférieure à la borne 0,48 de la zone de non-rejet. La fréquence se trouve donc dans la région de rejet du test bilatéral.

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

f ≈ 0,422 ; rejeter H_0 au seuil de 5 %.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2018)

Bilan de l'épreuve : Cette épreuve de mathématiques du BTS, session 2018, porte le code MATGRB1 et dure deux heures. Son coefficient varie selon la spécialité, de 1 à 3. L'exercice 1 étudie le départ d'un train à très haute vitesse et l'aire d'une pièce de gare. L'exercice 2 traite de l'obsolescence des smartphones, des probabilités conditionnelles, de la loi binomiale et d'un test d'hypothèse.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Pour y' - ay = b(t), la solution générale est la somme d'une solution particulière et de la solution générale de l'équation homogène.
- La vitesse instantanée est la dérivée de la distance par rapport au temps, en veillant à conserver des unités compatibles.
- Pour une loi binomiale B(n,p), P(X = k) = C(n,k)p^k(1-p)^(n-k) et E(X) = np.
- Dans un test bilatéral, on rejette H0 si la fréquence observée se situe hors de l'intervalle d'acceptation défini au seuil choisi.

Points de vigilance & attentes du jury

- Vérifier une solution particulière de l'équation différentielle par substitution dans l'équation complète.
- Interpréter f'(t) avec ses unités et convertir les kilomètres par minute en kilomètres par heure pour comparer à 400 km/h.
- Pour T et L, distinguer une probabilité conditionnelle d'une probabilité d'intersection.
- Dans le test, comparer la fréquence de l'échantillon à l'intervalle de décision, et non le nombre de réponses au seuil.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment construire la solution générale de l'équation différentielle de l'exercice ?

Résolvez d'abord l'équation homogène, puis ajoutez sa solution générale à une solution particulière de l'équation complète. Pour déterminer f, appliquez ensuite la condition initiale f(0) = 0.

Q : Comment déterminer l'aire hachurée à partir du graphique et de g ?

Calculez l'aire du rectangle OPQR, puis l'aire sous la courbe de g entre 0 et 3 à l'aide de la primitive fournie. Soustrayez ces aires sur une moitié et utilisez la symétrie pour obtenir l'aire totale.

Q : Comment organiser les calculs de probabilité et de loi binomiale dans cet exercice ?

Complétez d'abord le tableau d'effectifs et repérez intersections et conditionnements. Pour le lot, identifiez n et p, puis utilisez la loi binomiale pour calculer les probabilités et la formule E(X) = np pour l'espérance.

Q : Que faut-il vérifier pour conclure le test d'hypothèse ?

Déterminez l'intervalle d'acceptation correspondant au seuil de 5 %, puis calculez la fréquence observée sur les 180 personnes. Concluez selon que cette fréquence appartient ou non à l'intervalle.

Sujet officiel associé (PDF) : https://btsmav.fr/assets/annales/bts-mav/E2 - Mathématiques/2018/BTS MAV - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf
Ressources BTS Metiers de l\ : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.